

文章编号: 1000-8055(2009)12-2683-06

应用改进的低雷诺数湍流模型预测转捩流动

严 明¹, 宿兴远², 魏 然², 盛春华³

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院

航空发动机气动热力科技重点实验室, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

3. 密西西比州立大学 计算仿真与设计中心, MS 39762)

摘 要: 基于 Launder-Sharma(LS)低雷诺数 $k-\varepsilon$ 两方程湍流模型发展了一种改进的具有转捩敏感性的低雷诺数湍流模型. 针对 LS 模型的可实现性(realizability)问题和前缘滞止点湍动能预测过大的不足, 模型进行了改进. 改进模型只使用当地物理量, 不需要求解壁面距离、 y^+ 和边界层积分参数. 改进模型能够适用于广泛的流动, 且容易应用到通用的计算流体力学(CFD)程序中. 对具有详细数据的零压力梯度平板转捩边界层 T3A 实验的模拟结果显示, 改进模型能够预测转捩流动, 并能对自由湍流变化给出合理的响应.

关 键 词: 转捩模型; 转捩流动; 数值模拟

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

Prediction of transitional flows using an improved low Reynolds-number turbulence model with transition sensitivity

YAN Ming¹, SU Xing-yuan², WEI Ran², SHENG Chun-hua³

(1. National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engines, School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

3. Computational Simulation and Design Center, Mississippi State University, Mississippi State, MS 39762, USA)

Abstract: The paper presented the initial development of an improved two-equation low-Reynolds-number (LRN) turbulence model with transition sensitivity, based on the Launder-Sharma (LS) turbulence model. Several modifications were made for LS model's disadvantage on realizability and stagnation point anomaly. The improved model only uses local variables. No need of calculating wall distance, y^+ and boundary layer integral parameters makes it can be used for a wide range of flows, and this feature also makes it more easily implemented into general-purpose computational fluid dynamics (CFD) codes. The numerical simulation results of T3A test, a zero pressure gradient transitional flat plate boundary layer flow experiment, with detailed experimental data shows that the improved model can predict transitional flow, including an appropriate response to freestream turbulence intensity variety.

Key words: transition models; transitional flows; numerical simulation

收稿日期: 2008-12-03; **修订日期:** 2009-01-14

基金项目: 国家 973 课题(2007CB210103)

作者简介: 严明(1960-), 男, 江苏南京人, 副教授, 博士, 主要从事叶轮机械数值模拟研究.

对于很多工程上问题来讲,层流到湍流的转捩对于工程系统的性能有着重要的影响.比如,低压涡轮或压气机中的流动就受到转捩的很大影响,因而低压涡轮或压气机的损失和热传导也跟转捩密切相关.为了系统地研究转捩预测模型,欧洲转捩研究特别兴趣小组验证了当前较流行的湍流模型,目的是为了评价这些模型在转捩流动中的性能.这些湍流模型包括一方程模型,两方程模型,非线性涡黏模型等总共 22 种湍流模型^[1]. Savill^[1]等经过对多种转捩流动的测试后,发现在这些模型中,总的说来 Launder-Sharma (LS)^[2]模型的转捩预测能力较好,这一结论和 Patel 等^[3]的结论是一致的.虽然 LS 模型在转捩预测方面有相对较好的表现,但根据文献[1,3]可以看出该模型还存在一些不足:如在前缘滞止点湍动能增加过快导致转捩预测点相比于实验靠前;模型只能适用于中等逆压梯度的流动等.

1 使用低雷诺数湍流模型预测转捩的现状

由于低雷诺数湍流模型具有描述非平衡流发展过程的能力,因而低雷诺数湍流模型具有预测转捩发生、发展的潜力^[4]. Schmidt^[4]等对于低雷诺数湍流模型预测转捩的机理进行了详细的定性介绍.目前,使用低雷诺数湍流模型预测转捩的主要方法可以分为两类:一,选择某个低雷诺数湍流模型,并保持原有的模型不变,然后根据特定转捩流动的特点加入经验修正参数,如间歇因子^[5],这些修正参数有的根据特定转捩实验用简单的代数表达式求出,复杂的则用输运方程求解;二,在原有湍流模型基础上,针对模型的对某些物理现象模拟的不足进行改进,这方面代表性的工作有 Kato 和 Launder^[6]等.相比于第一类方法根据特定实验来修正湍流模型从而预测转捩相比,第二类方法更加强调低雷诺数湍流模型预测转捩的物理本质.此外,第一类方法预测转捩的实验很多都是特定的简单转捩流动,如不可压平板转捩,二维的叶栅实验等,这也将限制第一类方法在三维流动中的应用,如可压缩三维流动,跨声速流动等.

本文的目标是发展一种具有转捩敏感性的低雷诺数两方程湍流模型应用于雷诺平均纳维-斯托克斯(RANS)求解器中.模型能够提供工程上可以接受的旁路转捩,分离诱导转捩预测,当然模型还应能够应用于具有一定顺压和逆压梯度的流动.另外,改进的模型能够容易加入到已存在的通

用计算流体力学(CFD)求解器中.

基于以上考虑,模型只能使用当地的物理变量,这将使得模型变得通用.其次,模型还应具有如下特征:模型中不含有 y^+ , 因为 y^+ 含有摩擦速度,任何模型含有 y^+ 则不能应用于具有分离的流动;模型不应含有任何非当地的物理参数,如间歇因子,这样会增大计算量和增加计算的复杂性;模型也不应含有任何需要对边界层积分的参数,如动量厚度等,因为与边界层积分相关的参数严格说来都是二维的概念,如果含有这些参数将影响模型在三维流动中的应用;最后,模型不应含有壁面距离,这样模型才可能方便地应用到复杂几何外型的流动,以及并行非结构体求解器中.

综合考虑以上的模型要求,再结合 Savill 和 Patel 等人的研究,本文认为在 LS 模型的基础上研究转捩会有比较有价值.

2 Launder-Sharma $k-\varepsilon$ 两方程低雷诺数湍流模型

三维可压缩守恒微分形式的 Launder-Sharma $k-\varepsilon$ 湍流模型可以写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} S_{ij} - \rho(\varepsilon + D) \\ \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \\ C_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} S_{ij} - C_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + E \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \\ \tau_{ij} = 2\mu \left(S_{ij} - \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \sigma_{ij} / 3 \right) - 2\rho k \sigma_{ij} / 3 \end{aligned} \quad (2)$$

方程组右边项分别表示守恒扩散项,涡黏生成项和耗散项, S_{ij} 为平均速度应变率张量, τ_{ij} 是基于 Boussinesq 涡黏假说的湍流应力张量. LS 模型的封闭系数为

$$\begin{aligned} C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \\ C_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \end{aligned} \quad (3)$$

湍流涡黏系数定义为

$$\mu = C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

LS 模型的低雷诺数方程定义如表 1. 基于各项同性假设的进口初始条件为

$$k = 1.5 (T_u \cdot U_\infty)$$

$$\varepsilon = C_\mu \frac{\mu \rho_\infty k^2}{\mu_{it} \mu} \quad (5)$$

其中 T_u 为来流湍流度; $\frac{\mu}{\mu_{it}}$ 为来流层流黏性系数和湍流黏性系数之比.

黏性固壁边界条件为

$$k = 0, \quad \varepsilon = 0 \quad (6)$$

表 1 LS 模型的低雷诺数方程定义

Table 1 Definition of low Reynolds-number functions in LS model

方程	定义
f_μ	$\exp\left[\frac{-3.4}{(1 + Re_t/50)^2}\right]$
f_1	1
f_2	$1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$
D	$\frac{2\mu}{\rho} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y_n} \right)^2$
E	$2\mu \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_s}{\partial y_n^2} \right)^2$

注:其中 $Re_t = \frac{k^2}{\varepsilon}$

3 改进的具有转捩敏感性的低雷诺数湍流模型的建立

本文的工作是发展一种具有转捩敏感性的低雷诺数两方程湍流模型并应用于 RANS 求解器中. 考虑到 LS 模型的具有转捩的敏感性, 以及模型本身存在的不足, 为实现本文的目标, 本文放弃建立一个改进的低雷诺数湍流模型, 决定对已存在的 LS 模型做适当的改动来实现目标.

3.1 湍流模型的现实性

对于常用的使用 Boussinesq 涡黏假说的两方程湍流模型, 涡黏系数可以定义为 $\mu = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$, 湍流雷诺应力定义如式 (2). 根据 Moore^[7], 当 $S_{11} k / \varepsilon$ 的值超过 3.7 时, $\overline{u_1 u_1}$ 将会变成负值, 这是不符合物理实际情况的. 另外, 基于 Boussinesq 涡黏假说的两方程模型还会在滞止点给出异常大的湍动能^[7], 这将使滞止点以后的流动迅速变成湍流, 这同样是不符合真实流动的. 减轻所谓的“前缘滞止点异常”对于成功建立一个具有转捩敏

感性的低雷诺数湍流模型将十分关键, 因为在前缘点进入边界层的湍动能将对后面的转捩过程产生重要影响. 由于 LS 模型是基于 Boussinesq 涡黏假说的两方程模型, 自然也存在这一问题, Savill^[1]的结果已经证明了这一点. Moore^[7]详细分析了湍流模型可实现性问题产生的原因, 并总结了在这一问题上的相关学术研究. 根据 Moore 的结论, 本文决定采用 Shih^[8]的可实现方法, 原因是 Shih 的方法已经取得良好的效果, 另一原因是 Shih 的方法不需要壁面距离, 这和本文所要建立的模型基本要求相符. 根据 Shih^[8], C_μ 不再是常数 0.09, 而是变化的, C_μ 的表达式如下:

$$C_\mu = \min(C_{\mu \text{lim}}, C_\mu^*) \quad (7)$$

其中

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_0 + A_s U^* \frac{k}{\varepsilon}}, \quad A_0 = 4,$$

$$U^* = \frac{\sqrt{S_{ij} S_{ij}} + \Omega_{ij} \Omega_{ij}}{2}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} - U_{j,i}),$$

$$S_{ij} \text{ 如式 (2)}, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \theta, \quad \theta = \frac{1}{3} a \cos \left(\sqrt{6} W \right),$$

$$W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{S}, \quad S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad C_{\mu \text{lim}} = 0.09.$$

3.2 方程 f_1, f_2

根据 Schmidt^[4]的研究, 湍流模型初始化时, ε 的初始化对于转捩的模拟影响很大. 这是可以理解的, 从湍流模型的长度尺度的表达式 $l = \frac{k^2}{\varepsilon}$, 可以看到作为分子的 ε 的变化将对长度尺度产生很大影响. 因此, 接下来的改动将针对耗散方程进行. 根据文献[3], 很多模型都采用 f_1 来增加 ε 的值, 而在 LS 模型里, f_1 的值为 1, 由于 LS 模型在近壁存在湍流长度尺度过大的缺点, 本文 f_1 定义和文献[9]类似, 其表达式如下:

$$f_1 = 1 + c_{f_1} \exp \left[- \left(\frac{Re_t}{c_{f_2}} \right)^3 \right] \quad (8)$$

这样在线性底层湍流长度尺度将会减少, 在过度区以外 f_1 的值将回到 1. 经过数值优化, c_{f_1} 取值为 0.22, c_{f_2} 取值为 50.

对于 f_2 , 这一项模拟了低雷诺数效应对应于 ε 方程耗散项的影响. Patel^[3]研究结果说明当 Re_t 的值小于 15 后, f_2 的值渐近地到 1, 这种减少趋势是同实验的耗散规律相符合的, 因此保持 f_2 这项的形式不变.

3.3 E 项改动

很多 $k-\varepsilon$ 模型中都有 E 项, 然而 E 项的形式

又有所不同,如 Shih^[8],这说明 E 项的形式存在着争议.实际上 Jones 和 Launder^[10]认为有必要给出 E 项是因为需要在黏性影响大的区域使湍动能和实验值符合的较好,同时指出 LS 模型中 E 项的出现是一个不太令人满意的特点,可能需要在将来的研究中寻找更好的代替项^[10].根据文献^[11],本文中 E 项的形式如下:

$$E = 2\mu \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_s}{\partial y_n^2} \right)^2 - C_{e1} \varepsilon \frac{D}{k} \exp \left(- \frac{Re_c^2}{C_{e2}} \right) \quad (9)$$

这样改动的目的是使近壁的黏性扩散得到平衡,改动的所产生的作用将被限制在黏性底层和过渡层. C_{e1} 为 1,经过数值优化 C_{e2} 当前取值为 25.

3.4 f_μ 的确定

根据 Patel^[3], f_μ 在所有低雷诺数湍流模型中,对湍流模型在近壁的模拟效果影响最大,因为其值要直接和涡黏系数相乘.所以 f_μ 的选择需要使模型能够在边界层获得正确的速度抛线和剪切力分布,本文的 f_μ 形式如下:

$$f_\mu = \exp \left(- \frac{2}{1 + \frac{Re_c}{C_{mu}}} \right) \quad (10)$$

式中 C_{mu} 的值取为 20.

4 数值方法

本文的数值方法是求解三维的旋转坐标系下薄层近似的 RANS 方程组.控制方程采用有限体积法进行空间离散,其中对流通量采用 Roe 格式计算,并采用了 Osher 的 TVD (total variation diminishing) 修正,黏性通量则采用常用的中心差分计算,时间格式是一阶精度的隐格式,采用对称的 Gauss-Seidel 迭代求解,详细请参考文献^[12].

5 计算结果与分析

介绍计算结果之前,需先说明可能影响最终结论的一些细节问题,包括以下几点:①能够预测转捩的模型首先应该能够预测层流流动;②模型还应能预测湍流,即高雷诺数流动;③转捩的起始位置和长度应和实验数据相符合.

5.1 零压力梯度平板湍流边界层计算

计算来流马赫数为 0.2,平板板长 5 m,宽 0.2 m,计算域高 0.15 m,计算网格为 $130 \times 4 \times 61$,由于求解器是 3-D 的,计算时在展向布了 4 个节点.平板等 J 面网格如图 1 所示,图 2 为平板前缘局部放大图.平板前缘和底部都进行了加密,以

确保获得网格独立解.计算从平板上游开始,计算域进口到平板前缘距离为 0.017 m,共有 20 个网格点,这很重要,因为如果计算从平板本身开始,转捩点的位置将很依赖于进口对 k 和 ε 的初始化^[11].

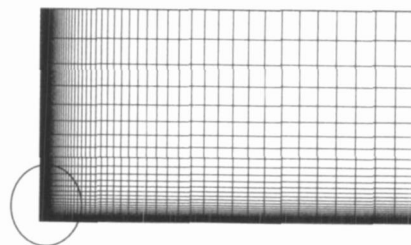


图1 计算网格

Fig. 1 Computational grid

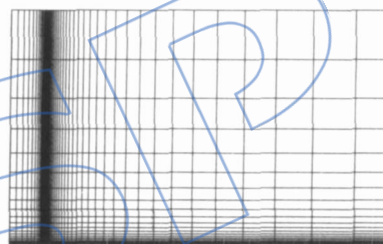


图2 网格前缘局部放大图

Fig. 2 Zoom view of computational grid

计算进出口均给定远场边条,进口底部为滑移边条,平板给定无滑移边条,温度采用绝热边条,展向给定滑移边条,计算域上边条设定为远场边条.计算域上边条没有施加滑移边条,是考虑到边界层发展起来以后,纵向会有速度分量,如果给滑移边条则会对平板施加压力作用,这不符合物理实际.

图 3 和图 4 给出了改进模型的转捩边界层的平均速度剖线和摩擦系数分布.进口湍流度为 1%, $\mu_t/\mu=5$,全场 k 和 ε 的初始化都给定是相同的值,计算所得的第一点 y^+ 为 1.062.从图 3 可以看出,改进模型在线性底层和理论解符合的很好.在对数层,流动是全湍流,同样符合的很好.

图 3 中的理论经验公式为 $u^+ = (1/k) \cdot \ln(y^+) + B$, $k=0.41$, $B=5.0$.图 4 为摩擦系数对雷诺数的分布图,雷诺数的特征长度是平板前缘和计算点之间的距离,其中 Blasius 经验公式为

$$C_f = 0.664 \times Re_x^{-1/2} \quad (11)$$

湍流经验公式为

$$C_f = 0.455 \times [\ln(0.06 Re_x)]^{-2} \quad (12)$$

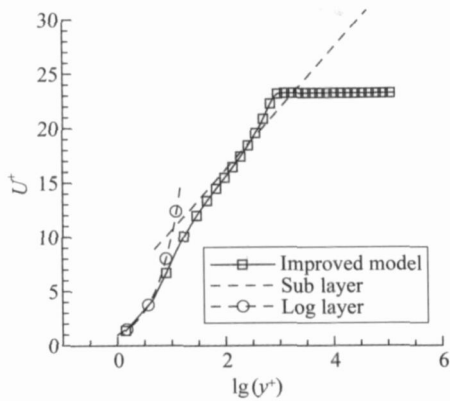


图 3 边界层平均速度剖面
Fig. 3 Velocity profile of boundary layer

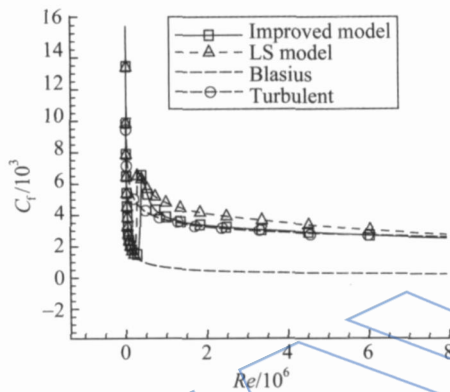


图 4 摩擦系数分布
Fig. 4 Distribution of friction coefficient

从图 4 可以看出,在转捩之前的层流边界层,改进的模型和 LS 模型都和 Blasius 解吻合的很好.边界层转捩以后,虽然改进模型和 LS 模型同样存在转捩之后摩擦系数偏高的趋势,但改进模型偏高的幅度要小一些,而且很快回到了湍流理论边界线,而 LS 模型在大部分湍流区摩擦系数均偏高,这和其他学者的研究结论是一致的.另外,从图 4 还可以看到,改进模型的转捩位置比 LS 模型要落后一些,这说明改进模型对于 LS 模型前缘滞止点异常作了有效的改进.

图 5 为改进模型对来流湍流度 (free stream turbulence intensity, 简称 fsti) 变化的响应,计算

分子黏性比为 25. 可以看到当来流湍流度从 0.5% 逐渐增加到 5%, 转捩的位置随着来流湍流度的增加而逐渐上移,这和实验结果一致.

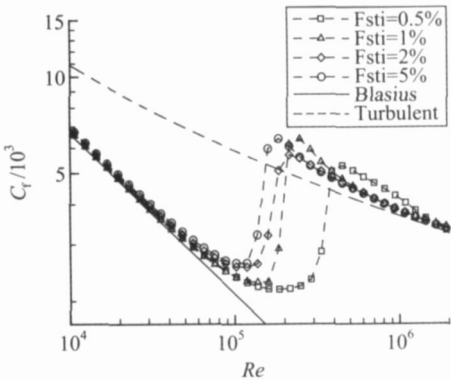


图 5 改进模型对湍流度变化的转捩响应
Fig. 5 Transition response of improved model for the variety of turbulence intensity

5.2 T3A 零压力梯度转捩平板边界层计算

上面对改进模型的转捩预测能力作了定性研究,为了验证改进模型在对于转捩起始位置和转捩区长度的预测能力,以下将与有详细实验数据的转捩流动比较.数据来自欧洲流动、湍流、燃烧研究协会 (ERCOFTAC) 转捩研究特别兴趣组 (SIG) 的 T3A 实验^[1],该实验数据通常被用作验证转捩模型的标准,表 2 给出了 T3A 详细的实验参数.计算网格仍使用前述算例的网格,边界条件给法也相同,进口条件按表 2 的参数给定.本文求解器是可压缩的,计算来流马赫数为 0.2. 由于转捩的研究是根据摩擦系数对当地转捩雷诺数的变化,所以这并不妨碍模型对转捩现象的预测.

图 6 给出了计算的摩擦系数对当地雷诺数的变化.可以看到改进模型很好地再现了 T3A 实验的趋势,转捩的起始位置,即摩擦系数最小值位置,和实验位置相同,只是计算值比实验值略小;另外,转捩结束位置,即摩擦系数最大位置,也和实验值相同,且计算值和实验值也基本相同.

表 2 T3A 实验参数

Table 2 Experimental condition of T3A test

实验	进口速度/ (m/s)	进口 湍流度/%	黏性比 μ_t/μ	密度/ (kg/m ³)	分子黏性/10 ⁻⁵ (kg/(m·s))	压力梯度
T3A	5.4	3	13.3	1.2	1.8	无

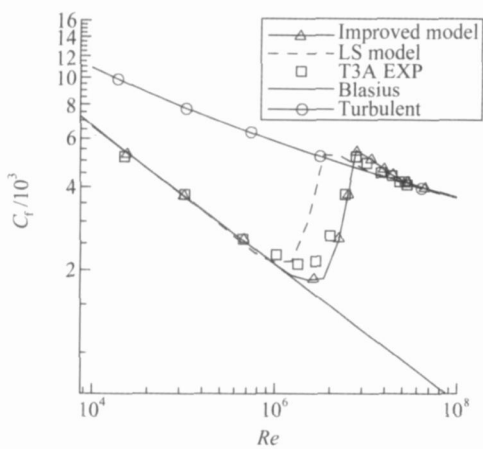


图 6 T3A 实验的摩擦系数对比

Fig. 6 Distribution of friction coefficient , improved model versus LS model

6 结 论

本文基于 LS 模型发展了一种改进的具有转捩敏感性的低雷诺数两方程湍流模型.改进模型根据 LS 模型的缺点进行了有针对性的改进.改进模型只使用当地物理量,不需要求解壁面距离, y^+ 和边界层积分参数.这使模型可适用于广泛的流动,且容易应用到通用的 CFD 程序中.对于湍流边界层的计算,改进模型模拟结果和理论解吻合的很好,并且并能对自由湍流给出合理的响应.对具有详细数据的零压力梯度平板转捩边界层 T3A 实验的模拟结果显示改进模型能够预测转捩流动.

参考文献:

[1] Savill A M. Evaluating turbulence model predictions of transition [J]. Applied Scientific Research, 1993, 51: 555-562.

[2] Launder B E, Sharma B I. Application of the energy dissipation model of turbulence to calculation of flow near a spinning disc [J]. Letters in Heat and Mass Transfer ,

1974 ,1 :131-138.

[3] Patel V C, Rodi W, Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows —A review [J]. AIAA Journal, 1984 ,23 :1308-1319.

[4] Schmidt R C, Patankar S V. Simulating boundary layer transition with low-Reynolds-number k -turbulence models: Part 1 —An evaluation of prediction characteristics [J]. ASME J. Turbomach. , 1991 ,113 :10-26.

[5] Suzen Y B, Huang P G. Numerical simulation of unsteady wake/ blade interactions in low-pressure turbine flows using an intermittency transport equation [J]. ASME J. Turbomach. , 2005 ,127 :431-444.

[6] Kato M, Launder B E. The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders [C] // Proc. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows. Kyoto, Japan: [s. n.], 1993.

[7] Moore J G, Moore J. Realizability in two-equation turbulence models [C] // 30th AIAA Fluid Dynamics Conference. Norfolk, VA: AIAA, 1999.

[8] Shih T H, Liou W W, Shabbir A, et al. A new k -epsilon eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows [J]. Computers Fluids, 1995 ,24 :227-238.

[9] Radmehr A, Patankar S V. Computation of boundary layer transition using low-Reynolds-number turbulence models [J]. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 2001 ,39 :525-543.

[10] Jones W P, Launder B E. The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1973 ,16 :1119-1130.

[11] Craft T J, Launder B E. Prediction of turbulent transitional phenomena with a nonlinear eddy-viscosity model [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1997, 18 :15-28.

[12] 赵秋颖. 叶轮机械高、低速流动的数值模拟 [D]. 北京:北京航空航天大学, 2005.

ZHAO Qiuying. The numerical simulation for the high speed and the low speed flow field in turbomachinery [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)